una porzione &, continua e finita, entro la quale si trovino adempiute le seguenti condizioni : i° che le funzioni F, F, *G* sieno in ogni punto di *Lì* reali, monodrome, continue e finite ; 2° che le funzioni F, G, $E\ G — F^2 = H^2$ ricevano in ogni punto di Q valori positivi e diversi da zero, talché anche i radicali j/F, /G, $1/F\ G — F^2 = H$, che prenderemo sempre positivamente, si conservino reali e monodromi entro l'area considerata.

Di queste condizioni alcune sono necessarie perché i punti di & sieno tutti reali; le altre impongono certe restrizioni alla natura del doppio sistema di curve coordinate, entro i limiti di *Lì.* Infatti, avendosi in generale

$$\cos 9 = \frac{F}{VEG}, \qquad \text{sen}\ 9 = \frac{H}{VEG}$$

dove 9 è l'angolo delle due curve intersecantisi nel punto (w, i;), l'ipotesi che 1/F, ed *H* sieno quantità positive e maggiori di zero esclude il caso che l'angolo 6 diventi uguale a o° oppure a 180°, cioè che due curve di diverso sistema si tocchino, entro l'area **fì.** Conscguentemente la distanza normale di due curve infinitamente vicine del sistema *u* = cost. (oppure *v* = cost.) ha un rapporto finito coli[5]elemento *]/~Gdv* (oppure *yEdu")* che esse intercettano sulla curva dell'altro sistema passante pel punto considerato, e poiché questo elemento o (per le ipotesi) infinitesimo dello stess'ordine di *dv* (oppure di *du*| ne emerge che ad incrementi infinitesimi del parametro *u* (oppure *v)* corrispondono curve che sono fra loro infinitamente vicine, ma che non hanno alcun punto comune, nell'interno di ***Lì.***

Inoltre, poiché j/F, f/G ed *H* sono funzioni monodrome in tutti i punti di ***Lì,*** lo stesso ha luogo per le espressioni di cos 9 e sen 9 : quindi è impossibile che ad una medesima coppia di valori delle *u, v* corrispondano due valori dell'angolo 9 *), e conscguentemente che una linea dell'un sistema tagli quelle dell'altro in più di un punto interno ad ***LI,*** oppure che una curva di qualsivoglia sistema si intersechi con sé stessa in un tal punto.

Ammesse queste proprietà, conseguenze delle ipotesi stabilite, ne risulta evidentemente che ciascuna piccola regione della superficie, circostante ad un punto situato nell'interno di *Lì, è* coperta da un reticolo di curve coordinate il quale, salvo deviazioni minime, è in tutto simile a quello formato sopra un piano da due sistemi di

*) Quand'anche si volessero supporre eguali questi due valori, non cesserebbe di sussistere la stessa impossibilità, perché variando infinitamente poco la disposizione delle curve (senza alterare le loro condizioni generali) si renderebbero disuguali i due angoli, senza togliere la monodromia delle funzioni sen O e cos 0.